

О математике в экономической науке

В.И. КЛИСТОРИН, доктор экономических наук. E-mail: klistorin@ieie.nsc.ru
Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
ORCID: 0000-0002-4011-5932

Аннотация. В статье обсуждаются достижения и проблемы, связанные с использованием математических моделей и методов в экономических исследованиях. Несомненные успехи в этой области сопровождались крупными провалами, что провоцировало дискуссии о плодотворности и полезности использования математических моделей в развитии экономической науки вообще. Особое место эти дискуссии, продолжающиеся почти пятьдесят лет, играли в истории экономической науки и образования в нашей стране. Суть дискуссии состоит в том, дает ли использование моделей новое знание об экономике или оно добывается иными путями. И второй вопрос: связано ли использование моделей только с одной теоретической концепцией, а именно с неоклассикой, или экономисты могут строить модели придерживаясь других концепций. Кроме того, идея максимизирующего поведения так или иначе присутствует во всех концепциях. Чрезмерное увлечение все более изолированным инструментарием приводит к тому, что содержательные вопросы уходят на второй план, а повторить расчеты по модели становится очень трудно. Эти замечания касаются и эконометрических моделей. Указаны и другие проблемы в использовании экономико-математических моделей. Быстрое развитие инструментария создает проблемы и в экономическом образовании, поскольку экономика остается гуманитарной наукой.

Ключевые слова: экономика; математические модели и методы; методология; альтернативные теории; позитивизм; инструментализм; оптимизация; эконометрика

А математику уже затем учить следует,
что она ум в порядок приводит.

М.В. Ломоносов

Заставь дурака Богу молиться – он
и лоб расшибет.

Народная мудрость

История вопроса и постановка проблемы

Цели экономической науки, исходя из ее общественной функции, можно определить следующим образом: разработка понятийного аппарата и базовых моделей развития социально-экономических систем (формирование научной картины мира), создание основ для принятия решений (разработка прикладных

моделей и систем принятия решений) и использование результатов научных исследований в качестве оружия идейной и политической борьбы¹. Именно политики, окружившие себя экономическими советниками и консультантами, но преследуя собственные цели, больше всего говорят о научно-обоснованной экономической политике, критикуют оппонентов за незнание основ, открытых современной наукой, и пугают избирателей якобы неизбежными катастрофами в случае принятия альтернативных решений.

В этом плане математика как универсальный язык науки играет огромную роль. Хотя экономисты всегда стремились или, по крайней мере, декларировали своей целью создание идеологически нейтральной науки, что предопределило распространение позитивизма, прагматизма и инструментализма в этой сфере познания реальности, сформировать действительно ценностно-нейтральную науку не удалось. Хуже того, чем более усердно ученые в студенческие годы штудировали литературу в рамках той или иной концепции и чем дольше они работали в ее направлении, тем труднее им впоследствии пересматривать свои взгляды даже притом, что они были подвергнуты жесткой критике и показали свою неадекватность.

В первой половине 1960-х годов сначала на страницах журнала «Вопросы экономики», а потом и в других изданиях развернулась дискуссия о продуктивности использования экономико-математических методов в экономических исследованиях. Казалось бы, о чем тут можно спорить. Математика как один из языков науки может использоваться везде, где накопленный массив знаний и данных позволяет это. Но в СССР дискуссия имела особое значение для развития науки. Дело в том, что господствовавшая в то время марксистская политическая экономия в её ленинско-бухаринско-сталинском варианте не допускала методологической дискуссии и возможной критики со стороны иных школ и направлений.

В. Н. Богачев, одно время работавший в журнале «Вопросы экономики», в личной беседе вспоминал, как академик С. Г. Струмилин при встрече приветствовал его словами: «А, вы

¹ Глубокий и всесторонний обзор взглядов на эволюцию профессии экономиста с позиций функций экономической науки, специфики ее положения в обществе и формировании идеологии и политики представлен в статье [Коутс, 2002].

тот самый Богачев, который вместе с Немчиновым протаскивает австрийскую теорию предельной полезности». И он не ошибался. Действительно, переход от анализа средних к анализу предельных величин сам по себе угрожал всей конструкции тогдашней политической экономии. Следует отметить, что параллельно шла дискуссия о совершенствовании хозяйственного механизма и системы управления в стране, итогом которой была экономическая реформа, связанная с именем А. Н. Косыгина.

Л. В. Канторович в своей нобелевской лекции специально отмечал, что использование математических методов меняет цель экономических исследований и обеспечивает переход от изучения и наблюдения происходящих в экономике процессов к управлению ими, единому планированию, исходящему из единых целей, охватывающему длительную перспективу и доведенному до конкретных заданий отдельным предприятиям. Именно это позволяют система общенародной собственности и марксистская методология [Канторович, 2002]. Но, с другой стороны, он же отмечал, что необходима децентрализация в управлении и упор на экономические стимулы для предприятий. Поскольку в советской экономике цены, рента, арендные платежи, процент на капитал устанавливаются директивно, то задачей науки становится разработка «объективных» оснований для их расчета.

В период, предшествующий обсуждению полезности математических методов в экономике, в стране сформировалось фактически две науки. Политэкономы обсуждали важные вопросы, связанные с законами социалистического воспроизводства, редукции труда и перехода к высшей стадии коммунизма, а другие экономисты решали задачи выбора места размещения предприятий, сроков освоения природных ресурсов и сбалансированности товарных потоков. При этом считалось, что теорию и методологию разрабатывают только первые, а вторые решают прикладные задачи. И тут вторая группа исследователей предъявила претензии на собственный вклад в экономическую науку. Более того, опираясь на воспоминания Поля Лафарга, согласно которым К. Маркс считал, что «наука только тогда достигает совершенства, когда ей удаётся пользоваться математикой» [Лафарг, 1956. С. 66], они утверждали свое несомненное лидерство.

Разумеется, помимо того, что новые направления и инструментарий анализа открывают новые возможности не только в науке, но и в повышении научного и административного статуса исследователей, использование математических моделей открывало и новые степени свободы творчества.

Поскольку гуманитарная научная и идеологическая номенклатура плохо знала математику и методы обработки данных, достаточно было снабдить статью или диссертацию обильным цитированием классиков марксизма-ленинизма, документов и решений партии и правительства и подчеркнуть частный характер и практическую направленность работы, как дорога к публикации и успешной защите были открыты.

Примечательно, что споры о теоретической значимости экономико-математических моделей и методов в нашей стране снова и снова возобновлялись, когда становилась очевидной неэффективность действующей экономической модели и системы государственного управления. Так было и во второй половине 1980-х годов, когда после публикации статьи В.Л. Макарова развернулась дискуссия на страницах журнала «Экономико-математические методы» [Макаров, 1986].

В мировой экономической науке такие обсуждения, правда, в гораздо меньшей степени связанные с проблемами текущей экономической политики, начались гораздо раньше и продолжаются до сих пор. При этом собственно математическая подготовка тех или иных авторов играла скорее второстепенную роль в представлениях о самостоятельной ценности моделей в их теоретических конструкциях [Шумпетер, 2004. С. 1260–1262].

Проблемой видится то, что в экономической науке, как и в любой сфере деятельности, и особенно творческой, следует различать валовый выпуск и конечный продукт. Огромный поток публикаций вовсе не обязан характеризовать прогресс знания и понимания действительности и определяется большим числом других факторов, начиная с доступности информации, преходящей актуальности, моды, вплоть до легкости публикации результатов и требований, предъявляемых научными журналами. Специалисты, анализирувавшие публикации по экономической тематике, отмечали, что степень математизации экономических статей непрерывно возрастает. «Это подсказывает гипотезу, согласно которой высокая степень математизации увеличивает

шанс того, что статья, присланная в такой журнал, будет принята к опубликованию; однако данная гипотеза не объясняет причину этого явления» [Блини, Стюарт, 2002. С. 896].

Наряду с добросовестными исследователями всегда существует большое число людей, случайно оказавшихся в науке, не обладающих необходимыми качествами для проведения самостоятельных исследований и относящихся к своей профессии как к ремеслу. Некоторые из них вообще занялись наукой только потому, что писать статьи легче, чем укладывать кирпичи или таскать мешки. Таким людям проще годами выписывать уравнения, представлять результаты расчетов и тестирования гипотез, чем открывать что-то новое. Кроме того, став массовой профессией, наука во многом перестала быть сообществом, в котором высшая награда – это профессиональное признание коллег. Должности, звания, жалования и льготы вполне заменяют их одобрение и даже восхищение.

Наконец, углубление разделения труда сопровождается ростом фрагментации знания. Образ ученого, в том числе и экономиста, знающего все о ничтожной по значимости проблеме и очень немного или практически ничего – об остальном, уже вошел в поговорку. Математическое наукообразие позволяет в известной степени скрывать это явление.

Таким образом, цель данной статьи состоит не столько в очередной попытке разобраться в вечной проблеме теоретической плодотворности экономико-математических моделей и методов, сколько указать на проблемы и угрозы со стороны бездумного отношения к использованию соответствующего инструментария и попытаться наметить критерии и признаки действительно ценного знания.

Математическое моделирование как способ мышления и рутинная работа

Йозеф Шумпетер в своей Истории экономического анализа специально посвятил обсуждаемой проблеме небольшой раздел «Роль математики в экономической теории» [Шумпетер, 2004. С. 1258–1268]. При этом во многих других главах и разделах он обсуждал результаты и методы исследований экономистов, внесших весомый вклад в экономическую теорию с использованием математических моделей. Он показал, что

весомость полученных результатов мало зависела от признания авторами самоценности математических методов. Более того, разные ученые приходили к сходным выводам вне их отношения к математике. Причину Й. Шумпетер видел не столько в знании математики, сколько в «математических прирожденных способностях», как это было, например, у Д. Рикардо [Шумпетер, 2004. С. 1261]. По понятным причинам Шумпетер в своем анализе остановился на достижениях тридцатых годов прошлого столетия, обсуждая работы Дж. Кейнса, К. Викселля, И. Фишера. Более поздние труды его современников, таких как Я. Тинберген, Э. Хансен, У. Митчелл или С. Кузнец только упоминаются, да и то преимущественно в сносках. При этом об используемом ими математическом аппарате он не писал ничего и обсуждал только содержательные выводы.

К сходным выводам спустя полвека пришел В.Н. Богачев: «Математическая экономика, т.е. описание отношений и зависимостей хозяйственных явлений и величин на специальных формализованных языках, как и их анализ методами математики, – законная и полноправная ветвь экономической теории. Она не имеет какого-либо отдельного своего предмета, отличного от предмета экономической теории вообще; единственный источник, питающий экономико-математические исследования – традиции и проблематика экономического анализа: основное содержание идей, оформляемых как теоремы и доказываемых (или опровергаемых) логически безупречными средствами математики, заимствуются из материала, доставляемого словесными исследованиями» [Богачев, 1987. С. 513]².

Во второй половине XX века математическое моделирование прочно закрепилось в мейнстриме мировой экономической науки. Собственно, это обстоятельство тормозило развитие отечественной экономической мысли, поскольку в результате репрессий 1930-х работать в рамках альтернативных вульгарному марксизму концепций стало так же опасно, как и публиковать результаты исследований реальных процессов. А фундамент экономико-математических и статистических исследований в стране был солидным еще с дореволюционных времен. Достаточно вспомнить работы

² Особенно полезен в указанной работе раздел «О месте и функциях математической экономики в системе экономического знания».

В. К. Дмитриева, В. С. Войтинского, Е. Е. Слуцкого, Н. А. Столярова и др. Вообще, отечественные экономисты в то время были хорошо знакомы с новейшими достижениями мировой науки, включая и экономико-математическое направление. Кроме того, большое количество профессиональных математиков интересовались проблемами общественных наук. Широко было распространено убеждение, что поскольку экономика как наука имеет дело с количественными данными, которые могут быть проанализированы стандартными методами, то и математические модели могут быть чрезвычайно полезны для описания и анализа экономических процессов. Так было примерно до середины 1920-х годов.

В 1930-е и последующие годы эти исследования ушли в тень, но не прекратились полностью. Достаточно упомянуть работы Л. В. Канторовича «Математические методы организации и планирования производства» (1939), В. В. Новожилова «Методы соизмерения народнохозяйственной эффективности плановых и проектных вариантов» (1939)³, А. Л. Лурье и В. Н. Толстого по рационализации транспортных перевозок (транспортная задача) и многие другие.

Бурное развитие экономико-математического направления с конца 1950-х и в последующие годы объясняется рядом обстоятельств. Во-первых, происходила реинтеграция отечественной экономической науки в мировую и для этого следовало менять язык публикации результатов. Главным образом через контакты с учеными социалистических стран Восточной Европы⁴.

Во-вторых, экономико-математические модели можно было использовать не только для анализа процессов, но и для прогнозирования (при условии принятия дополнительных гипотез) и выбора наилучших вариантов экономической политики. Эта идея казалась наиболее привлекательной в социалистической экономике, поскольку позволяла сформулировать четкие критерии народнохозяйственной эффективности и задать параметры,

³ Основные его работы публиковались в полном виде гораздо позднее, вплоть до конца 1980-х.

⁴ Несколько иную историю развития экономико-математического направления в СССР приводит В. М. Широкин на основании собственного опыта [Широкин, 2020]. Но его мнение в целом не противоречит позиции автора.

обеспечивающие сближение, если не совпадение, локальных оптимумов с народнохозяйственным [Канторович, Горстко, 1972].

Важную роль в использовании математических методов сыграли коллективы научных институтов при Госплане СССР и госпланов союзных республик, а также вычислительных центров плановых органов. Было налажено тесное взаимодействие этих коллективов и академических институтов, объединенных единой методологией и идеологией.

Представление об экономике как о многоуровневой, но единой производственной системе, которой можно управлять как корпорацией со сложной организационной структурой, построенной по иерархическому принципу, привело к концепции «Системы оптимального функционирования экономики» (СОФЭ), разработанной в ЦЭМИ под руководством Н.П. Федоренко, изложенной в его работе «Вопросы экономической теории» [Федоренко, 1994].

Близкую по идеологии «Систему оптимального народнохозяйственного планирования» разрабатывали в ИЭОПП СО РАН [Системное моделирование, 2014], в которой значительное внимание уделялось пространственным аспектам планирования развития и размещения производительных сил и межрегиональным взаимодействиям [Оптимизация территориальных систем, 2010. С. 29–44].

Но с точки зрения развития фундаментальной науки и практического использования прикладных результатов эти попытки оказались малосостоятельны: «Пожалуй, можно констатировать, что практическое воплощение идей системного моделирования окончилось неудачно. Несмотря на отдельные частные успехи, не удалось построить системы моделей народнохозяйственного планирования или прогнозирования» [Системное моделирование, 2014. С. 9].

Причины видятся в том, что в экономике действуют люди со своими интересами. При этом в отличие от предприятий и организаций, цели, приписываемые экономическим системам, являются результатом сложных, в том числе и горизонтальных взаимодействий. Поэтому критерии эффективности их деятельности легко сформулировать, но трудно навязать даже в централизованной плановой экономике. По той же причине практические рекомендации, следовавшие из модельных

расчетов и потому якобы опиравшиеся на беспристрастный «объективный» анализ и прогноз, фактически игнорировались властями на всех уровнях, поскольку могли затронуть интересы тех или иных групп и структур.

Л. В. Канторович специально отмечал трудоемкость разработки частных моделей, требующих объединения усилий специалистов разного профиля.

Важно отметить, что разработка изошренного модельного аппарата с учетом все более широкого круга факторов и ограничений технологического и институционального характера привела к использованию все большего набора гипотез (в том числе и неявно принимаемых), при игнорировании вопросов об их обоснованности и издержек, связанных с их учетом в «оптимальном» плане-прогнозе.

Увлечение планированием и программированием и привело к переносу фокуса исследования с обсуждения свойств модели и ее адекватности на получение численного решения задачи. Вместо использования модели как аналитического инструмента (анализ теневых цен и их структуры, полных затрат, устойчивости решения, эластичности параметров по цене и проч.) демонстрировались результаты расчетов, а их критика разбивалась аргументами типа «мы использовали те данные, которые есть» или ссылками на неизбежные проблемы при агрегации информации. И то, и другое якобы можно преодолеть в будущих работах.

Нет необходимости защищать полезность использования математических моделей в экономических исследованиях. В конце концов никто не ставит под сомнение такие отрасли знаний и научные дисциплины, как исследование операций, проектный анализ или финансовый анализ деятельности предприятия. Но дискуссии о теоретической ценности математических моделей и лежащих в их основе принципов неоклассики не утихают [Блауг, 2004].

Бурные события в конце XX века привели к росту дискуссий о самих принципах планового управления экономикой и отодвинули на второй план, если не уничтожили, обсуждение моделей планирования социалистической экономики. На смену отечественным разработкам оптимального планирования и управления пришли заимствованные модели, разработанные

для рыночной экономики североамериканского или европейского типа. Одновременно быстро рос интерес к эконометрическим моделям, о чем поговорим далее⁵.

Критика формализма

Большой сторонник экономико-математического направления В.Н. Богачев писал: «Авангардная, поисковая, рекогносцировочная функция выполняется как раз вербальным экономическим исследованием» [Богачев, 1987. С. 514]. Любопытно, что именно этот тезис использовался для критики этого направления экономической мысли. Если В.Н. Богачев считал, что модели являются «конечным продуктом» в смысле финального оформления результатов исследования, то альтернативная точка зрения состояла в том, что коль скоро результат получен, его оформление в виде набора формул излишне.

Б. Селигмен с большим сочувствием относился к чисто гуманитарным школам и направлениям экономической науки [Селигмен, 1968]. Даже анализируя результаты ученых, широко использовавших модели, таких как Л. Вальрас или В.В. Леонтьев, он обходился без обсуждения структуры и формализации моделей. Большое внимание он уделял немецкой исторической школе и старому институционализму, балансировавшим на грани между экономикой, историей, социологией и другими общественными науками, и потому ограничивавших использование математики статистикой, разбавленной многочисленными фактами из самых разнообразных источников.

Действительно, несмотря на высокую степень математизации, экономика остается гуманитарной наукой. Но современная экономическая наука внутренне связана с методологией инструментализма, и поэтому основной задачей историков экономической мысли является проведение критической оценки этого подхода и его сравнение с альтернативными точками зрения [Курц, 2008. С. 10–11]. Это утверждение касается не только историков науки.

Людвиг фон Мизес доказывал, что «математический метод должен быть отвергнут не только потому, что он бесплоден.

⁵ За пределами настоящей статьи остается обсуждение имитационного моделирования, в том числе и агентоориентированные модели.

Это совершенно неправильный метод, исходящий из неверных предпосылок и ведущий к ошибочным выводам. Строящиеся в соответствии с этим методом силлогизмы не только лишены практической ценности, они отвлекают от изучения реальных проблем и искажают соотношения между различными явлениями» [Селигмен, 1968. С. 205].

Вообще основоположники австрийской школы полагали, что экономические законы не обладают количественной определенностью и не имеют предсказательной силы, и именно поэтому они не могут быть эмпирически опровергнуты. Цель экономической науки – не прогноз, а понимание. На основании некоторого набора принципов выявляется смысл происходящего в мире разрозненных фактов, которые стали следствием непредсказуемых человеческих решений и поступков, что исключает повторяемость событий. Экономические законы нужны для того, чтобы придать смысл массе разрозненных фактов. Эту же точку зрения разделяет и большинство их последователей.

Современные приверженцы старого институционализма считают, что чисто экономическая точка зрения приемлема лишь в отношении проблем, касающихся очень ограниченных сторон политически стабильного и однородного в социально-экономическом отношении общества с устоявшимися институтами. Поэтому любые рекомендации, которые могут быть получены при таком анализе, далеки от реальности.

По их мнению, экономика – не естественнонаучная дисциплина, а наука о процессах, происходящих в обществе, и, следовательно, нельзя непосредственно переносить в экономические исследования методы естественных наук, в частности, метод «изолирующей абстракции», что ограничивается тезисом Дюкгейма-Куайна (оговорка «при прочих равных условиях»), которые существенно усложняют эмпирическую проверку теории и снижают ее прогностические возможности.

Очень много возражений против использования математических моделей следует из жестких требований к формулировке задачи и условий ее решения, однозначности определения переменных и качеству данных. Например, когда читаешь: «допустим, функция выпуска является гладкой, непрерывной и дважды дифференцируемой в каждой точке» или «допустим, что

на рынке присутствуют M фирм и их целевые функции имеют следующий вид ...», понимаешь уровень абстракции постановки задачи и ожидаемых результатов. Других же критиков отпугивают простота и даже тривиальность уравнений и неравенств, и им непонятно, какое новое знание можно извлечь из всего этого.

Специалистам в области математического моделирования, особенно макроэкономистам, часто бросают упреки в том, что они не смогли предсказать финансово-экономические кризисы и продолжительность последующей рецессии [Ефимов, 2016. С. 10], в то время как некоторые экономисты кризис предсказывали. Стал хрестоматийным пример предсказания Великой депрессии Т. Вебленом, когда экономические барометры показывали «ясно».

Неприязнь к использованию математических методов столь глубока у значительной части радикально настроенных оппонентов, преимущественно левого направления, что они призывают ограничить, если не запретить, преподавание неоклассической экономики в вузах как, с одной стороны, бессодержательной дисциплины и, с другой, – как апологетической теории, оправдывающей существующий порядок эксплуатации [Ефимов, 2016. С. 231–232]. Обвинения в апологетике существующего общественного строя обычно предъявлялись марксистами т.н. буржуазным экономистам. Но и теперь этот аргумент активно используется [Ефимов, 2016. С. 67–70], а требования плюрализма, как известно, очень часто заканчиваются очередной монополией на истину и созданием новой ортодоксии что в политике, что в науке.

Перечень критики экономико-математического направления в экономических исследованиях можно продолжать до бесконечности. Но завершить этот сюжет хочется ссылками на мнение такого авторитетного специалиста в области экономико-математического моделирования и анализа, как В.В. Леонтьев. Во введении к своей книге «Экономические эссе» он писал, что экономическая наука интеллектуально деградировала, и одним из показателей деградации является увлечение формальными методами и пренебрежение эмпирическими исследованиями [Леонтьев, 1990. С. 21–26].

«Каждая страница экономических журналов пестрит математическими формулами, которые ведут читателя от более

или менее правдоподобных, но абсолютно произвольных утверждений к точно сформулированным, но не относящимся к делу теоретическим выводам» [Леонтьев, 1990. С. 22]. «Год за годом экономисты-теоретики продолжают создавать десятки математических моделей... а эконометрики – приспосабливать алгебраические функции различных видов и форм к прежним наборам статистических данных, будучи не в состоянии заметно продвинуться в систематическом понимании структуры и принципов функционирования реальной экономической системы [Леонтьев, 1990. С. 25]⁶.

Построение экономико-математических моделей было огромным прогрессом, но привело к превращению части экономических исследований в разновидность математики, что даже породило специальное название «модельного безумия». Дискуссия вокруг соотношения теоретических и эмпирических исследований в экономике, роли методологии в исследованиях началась фактически более 200 лет назад и никогда не закончится. Попытки уйти в эмпиризм, инструментализм⁷, как и построить «правильную» методологию и вернуться к истокам в поисках той развилки, где наука свернула не в том направлении, как правило, достаточно бесплодны.

Нет нужды повторять, что математика дисциплинирует мышление исследователя. Но сформировалась большая отрасль формально экономической науки – математическая экономика, в которой решаются задачи и доказываются теоремы, практически не интересующие даже экономистов-теоретиков, не говоря уже о практиках, в силу произвольности исходных предпосылок и невозможности содержательно интерпретировать выводы. Отсюда

⁶ Справедливости ради следует отметить, что отдельные высказывания крупных ученых носят намеренно провокативный характер. Х. Курц назвал свою статью «Куда идет история экономических учений: медленно движется в никуда?». К. Боулдинг назвал свою статью «Кому нужен Адам Смит после Самуэльсона?», О. Бланшар – «Что мы знаем о макроэкономике, чего не знали Фишер и Виксель?», а Р. Дал в сентябре 1993 г. в сердцах написал, что «несмотря на значительные академические ресурсы, потраченные на исследования по финансовым рынкам, общее понимание того, как они себя ведут, еще недалеко ушло от времени 1929–1933 гг. или даже 1720 г.».

⁷ С точки зрения методологии инструментализм рассматривает научные понятия, теории и гипотезы как инструменты, необходимые для ориентации человека в природе и обществе. Это означает, что нет разницы, соответствуют ли наши понятия и теории реальному миру или нет. В узком смысле инструментализм означает убеждение, что качество результатов исследований определяется прежде всего методикой, т.е. инструментарием.

уничжительные утверждения о том, что экономисты – просто недоучившиеся математики, а специалисты в использовании математических методов в экономических исследованиях получают свои степени просто потому, что экономисты убеждены, будто их работы содержат результаты в области математики, а математики – наоборот.

Эконометрика как мейнстрим

Й. Шумпетер в «Истории экономического анализа», сосредоточивший свое внимание на изучении «научного компонента экономической мысли», стремился показать, что прогресс в экономической науке в значительной степени определяется прогрессом в технике (в широком смысле этого слова) экономического анализа. Однако история экономической науки может рассматриваться как процесс крушения или, по крайней мере, осознания ограниченности познавательной способности одних парадигм и формирования новых, а также смены исследовательских программ по мере перемещения общественных интересов с одних проблем на другие. В этом смысле представление Й. Шумпетера об экономике состоит в том, что она не является нормальной наукой в том смысле, что в ней очень быстро меняется инструментарий, а периоды между революциями чрезвычайно кратки в сравнении с другими науками.

Вне зависимости от того, считать ли современный кризис в экономической науке реальным или мнимым, следует признать господствующим направлением в ней позитивизм, главный принцип которого состоит в том, что научным считается только верифицируемое знание, в отличие от неверифицируемой метафизики. Поэтому экономисты самых разных взглядов ищут идеал научной работы в виде построения схем и моделей, исключающих идеологическую предвзятость и ценностные суждения. Они считают, что теории должны опираться на количественно определенные параметры и проверяемые факты и использовать стандартные статистические тесты для подтверждения достоверности утверждений и выводов.

Популярность позитивистского подхода объясняется не только тем, что он лежит в основе многих современных учебников по экономике, но и тем, что его сторонники в большей степени, чем их оппоненты, уделяют внимание ограниченности

нашего знания, тщательнее работают с информационными массивами и регулярной статистикой, более охотно используют математические модели и количественные методы и всячески демонстрируют идеологическую непредвзятость.

Сторонники позитивного направления обычно соблюдают определенные стандарты проведения исследования и представления результатов. Начинается построение модели с принятия очевидных допущений, более или менее обоснованных предшественниками. В модели должно быть, по крайней мере, одно уравнение, которое можно проверить статистически и оценить параметрические коэффициенты. Исходя из того, что статистика улавливает существенные особенности протекания экономических процессов, а стандартные тесты утвердительно отвечают на поставленные вопросы, исследователь считает установленными новые факты, если применяет известную модель к новому массиву информации или новую модель к старым массивам. При этом он не утверждает, что доказал абсолютную истинность своей модели, а лишь определяет ее приемлемость на основании удовлетворительных результатов тестирования.

Очевидно, что идеи, лежащие в основе эконометрического анализа, соответствуют вышесказанному. Обзоры достижений, проблем и перспективных направлений развития эконометрического анализа представлены в ряде работ [Грейнджер, 2002; Холден, 2002].

В одном из своих публичных выступлений Я.И. Кузьминов с гордостью говорил о том, что благодаря использованию эконометрических методов экономика превращается в точную науку, т.е. мы делаем свои утверждения не только на основании строго проверенных фактов, а потому что можем оценить точность наших утверждений. Продолжающиеся дискуссии как в области методологии, так и по поводу экономических измерений, интерпретации фактов и вариантов государственной политики показывают, что это далеко не так.

Несколько лет назад меня попросили проконсультировать студентов одного из вузов Новосибирска при подготовке выпускных работ. В требованиях к ним значилось построение регрессионной модели. И это оказалось для студентов проблемой. Они не знали, как связать подготовленные «теоретические» главы с «эмпирической» частью работы, обосновать выбор факторов,

где взять достаточный объем информации и т.д. Но в остальном они были вполне готовы, т.е. умели пользоваться пакетами программ и распечатывать результаты в виде таблиц и графиков.

В последние годы накоплен огромный статистический материал в виде динамических рядов сопоставимых показателей, а способы работы с ними упрощаются благодаря компьютерным программам. Все это создает впечатление простоты при установлении научных фактов и причинно-следственных связей в экономике.

Но в любой работе «теории должно отдаваться первостепенное значение. Данные ... важны только для выбора между теориями. Но этот выбор, безусловно, имеет основополагающее значение, если наша цель – прогресс, а не предоставление самодостаточных сведений по истории живописи» [О'Брайен, 2002. С. 59].

Современные представления не исключают индукцию из числа источников гипотез, но отдают предпочтение интуиции и воображению, которые должны базироваться на знании конкурирующих теорий и исторических данных. Исследование статистических рядов как источник творческого вдохновения при этом обычно занимает второстепенное место. Источником же интуиции и воображения могут быть, с одной стороны, любознательность, с другой – неформализуемый опыт.

Следует помнить, что имеющаяся статистика отражает наше прошлое представление об экономической действительности, и в силу инерционности методологии статистики часто не дает информацию по тем показателям, оценить влияние которых нам интересно. Пионеры использования эконометрических методов прекрасно разбирались в методологии статистических наблюдений и глубоко понимали суть тех процессов, которые отражали используемые индикаторы. Новые поколения исследователей часто недостаточно хорошо знакомы с подробностями организации статистики, что не может не отражаться на качестве исследований и получаемых результатов. Исследования, основанные на данных даже официальной статистики, должны перепроверяться на других данных [Ханин, 2020. С. 8–97]. Статистика устроена таким образом, что различные массивы данных позволяют взаимную проверку для выявления несоответствий [Майзон, 2002]. Тем самым появляется возможность для корректировки временных

рядов и обоснования «правильности» оценок. Более того, для получения более корректных данных можно привлекать информацию, опубликованную в научных статьях и аналитических обзорах и даже данные СМИ.

Анализ временных рядов и панельных данных позволил поставить и решить проблему распределенных лагов и многие другие. «Эконометрия выросла из попыток применить статистическую теорию к экономическим данным для того, чтобы проверять экономические гипотезы. Она стала самостоятельной дисциплиной благодаря специфичности экономических данных, которые отличаются от тех, которые встречаются в физических и биологических науках. В большой степени именно это заставило эконометристов разработать свою собственную теорию, и теоретический прогресс в эконометрии часто порождался потребностью найти решение насущных практических проблем» [Блини, Стюарт, 2002. С. 898].

Вместе с тем широкое использование эконометрических моделей и методов в экономических исследованиях таит в себе и определенную угрозу. В. Леонтьев отмечал увлечение «схластической» эконометрикой: «Разработка новой статистической методики, даже незначительной, которая позволяет выжать еще один неизвестный параметр из имеющегося набора данных, считается бóльшим научным достижением, чем успешные поиски дополнительной информации, которая позволит нам оценить величину этого же параметра менее изобретательным, зато более надежным путем» [Леонтьев, 1990. С. 269].

Любимым инструментом экономистов является парная регрессия в силу простоты и наглядности результатов. Но здесь главное не перепутать причину со следствием. Несколько лет назад одна дама в своей докторской диссертации доказывала, что общество тем богаче, чем более развита сфера услуг. А производительность труда прямо зависит от доли сферы услуг в экономике региона. Тесты на основе отечественной и международной статистики формально были безупречны.

Более развитым инструментарием считается множественная регрессия, поскольку «очевидно», что на динамику объясняемой переменной может повлиять наличие более одного фактора. Проблема видится лишь в том, что используемые регрессоры могут быть между собой связаны, т.е. не выполняются

предположения о вероятностных характеристиках факторов и случайных ошибок модели. Мне неоднократно встречались работы, в которых динамика ВВП России объяснялась факторами монетарной политики, среди которых выделялись валютный курс, ключевая ставка Банка России, ставка денежного рынка МИБОР и ряд других.

Разумеется, существуют тесты на стационарность, мультиколлинеарность и гетероскедастичность, но насколько тщательно они проводятся – обычно остается на совести автора. Представление о том, что прошлое определяет будущее, привело к разработке моделей авторегрессии и их производных (моделей ARMA, ARMAX и других). Кроме того, активно используются всякого рода нелинейные модели. Из этого следует, что выбору и обоснованию используемой модели следует уделять много больше внимания, чем это делается

Наконец, на сопоставимость данных могут существенно повлиять институциональные изменения и решения правительства. Небезразлично, определяется ли динамика показателей свойствами системы или решениями чиновников. Кроме того, при проведении эконометрического, как и всякого другого моделирования, нужно помнить о степени открытости системы и учитывать, что внешние воздействия могут оказать гораздо большее влияние, чем внутренние связи.

Учитывая изложенное, сейчас уже можно говорить о возникновении феномена «эконометрического безумия». Но использование эконометрических моделей в большинстве случаев выглядит более предпочтительным в сравнении с другими, поскольку опирается на огромные массивы данных в сравнении с теми, в которых технологические коэффициенты зачастую получаются простым делением одного числа на другое.

Развитие экономической науки было бы невозможно без разработки соответствующего инструментария. Но инструментализм в экономической науке породил собственные проблемы. Крайняя позиция состоит в утверждениях, вроде «мы не знаем, почему это работает, но это работает» или «модельные расчеты подтверждают нашу правоту». К. Поппер доказывал, что существует четкая грань между теориями и правилами вычисления, и последние сами по себе не позволяют нам отделить истину от лжи. О'Брайен отмечал, что «если мы полагаем, что нам все

равно, являются ли цены на фондовом рынке результатом решений людей или зеленых человечков с Марса, то мы ошибаемся» [О'Брайен, 2002. С. 62].

Серьезная критика эконометрики ведется со стороны представителей экспериментальной экономики, которые отмечают, что тестированию подвергаются модели, опирающиеся на сложный набор базовых и вспомогательных гипотез. Если вспомогательные гипотезы не являются истинными, тесты базовых гипотез дают мало неоспоримой информации. С другой стороны, отрицательные результаты не позволяют отвергнуть теорию. Доказательства, которые противоречат выводам теории, могут возникнуть, когда базовая гипотеза верна, но вспомогательная ложна. Даже благоприятные результаты могут вводить в заблуждение, потому что тест может генерировать «правильный» результат, но по ложной причине; гипотеза, принятая за базовую, может не иметь объяснительную силу, но фактически быть при этом либо вспомогательной, либо ситуативной, а вспомогательные гипотезы могут быть достаточно неверными, чтобы генерировать явно подтверждающие данные.

Доверие к результатам исследований с использованием эконометрики может рассматриваться как своего рода идеология и результат глубокого недоверия к иным методам научной работы и, отчасти, теории и методологии экономической науки. Гипертрофированное отношение к эконометрике приводит и к стандартизации публикаций, которая вредит прогрессу в науке. Разумеется, если считать занятие наукой творчеством.

Заключение

Ранее мне пришлось рассматривать роль дискуссий в развитии отечественной экономической мысли [Клисторин, 2016] и признаки кризисной ситуации в истории экономической науки [Клисторин, 2009]. Было показано, что кризис в развитии любой науки, а особенно экономической, явление частое. Критерии кризиса в науке – это обнаружение неких необъяснимых фактов, эпигонство и измельчание результатов исследований и как следствие падение интереса к ним. Одновременно предпринимаются попытки «вернуться к истокам экономической теории», наблюдается отрицание ценности и практической значимости результатов теоретических исследований вообще

и обращение к прикладным и эмпирическим исследованиям, якобы позволяющим получить единственно значимые результаты. Формально противоположным, но фактически сходным явлением становится отработка все более изоциренного инструментария исследований. Наконец, в такие периоды растет интерес к методологии науки и попытки переосмысления не только исходных аксиом научной теории, но и ее инструментария и критериев истинности знания. Забавно, но целью большинства диссертаций, с которыми я знаком, значится развитие методологических подходов. Когда трудно представить свои достижения в виде новых фактов, зависимостей или объектов, говорят о методологии и методике.

Но в действительности узнать о кризисе науки мы можем только постфактум, когда будет создана и пройдет тестирование новая теория и будут получены результаты, которых не было ранее. А до этого остается спорить о том, какая теория и какие методы более плодотворны для решения тех или иных задач.

Вообще, на мой взгляд, экономические произведения и их авторы делятся только на хорошие и плохие, а качество работ определяется уровнем аргументации. Сами по себе обзоры научной литературы, ссылки на работы предшественников, обилие эмпирического материала, оригинальность методического инструментария являются необходимыми, но не достаточными условиями для первоклассной работы. Часто убедить читателя может манера изложения или риторика. Хорошо убеждают в качестве выводов «точность экономических метафор, исторические аналогии, убедительность интроспекций, сила авторитета, очарование симметрии, требование морали» [О'Брайен, 2002. С. 72]. Математика также может быть формой риторики. Но, как бы ни была убедительна риторика сама по себе, решающую роль должна играть эмпирическая проверка полученных результатов, которую невозможно провести без эффективной методики.

Хорошую работу узнаешь сразу как белый гриб. Гораздо труднее выделить критерии оценки. Но главное в работе – она должна вызывать интерес и желание спорить и работать самому.

Закончить статью хочется цитатой из нобелевской лекции Р. Коуза: «Мои замечания иногда интерпретировались как намек на то, что я враждебно отношусь к математизации экономической

теории. Это неправда. Действительно, как только мы начнем выявлять реальные факторы, влияющие на функционирование экономической системы, усложнение взаимосвязей между ними, несомненно, потребует математической обработки, как в естественных науках, и экономисты, подобные мне, пишущие прозой, преклонятся перед ними» [Coase, 1992].

Литература

Coase R. Prize Lecture. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1991/coase/lecture/>

Блауг М. Методология экономической науки, или как экономисты объясняют. Пер. с англ. / Науч. ред. и вст. ст. В.С. Автономова. М.: НП «Журнал Вопросы экономики» 2004. 416 с.

Блини М., Стюарт И. Экономическая наука и родственные дисциплины // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринзуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т.1, XVI + 668с., т. 2, XII + 337 с. С. 891–906.

Богачев В.Н. Математическая экономика и перестройка хозяйственного мышления // Экономика и математические методы, 1987.Т. XXIII, Вып. 3. С. 513–525.

Грейнджер К. Эконометрический анализ временных рядов // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринзуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т. 2, XII + 337 с. С. 684–702.

Ефимов В.М. Экономическая наука под вопросом: иные методология, история и исследовательские практики. Монография. М.: курс: ИНФРА-М, 2016. 352 с.

Канторович Л.В. Математика в экономике: достижения, трудности, перспективы // Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый. В 2-х т. Т. 1. Новосибирск: Изд-во СО РАН. Филиал «Гео», 2002. 542 с. URL: <http://vivovoco.astronet.ru/VV/PAPERS/BIO/LVK/LVK06.HTM>

Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. Москва: Наука, 1972. 231 с.

Клисторин В.И. Былое и думы. Ч. 1. Как в России ищут ответы на вызовы в смутные времена // ЭКО. 2016. № 2. С. 93–104.

Клисторин В.И. Количественные оценки в социально-экономических исследованиях // Идеи и идеалы. 2015. № 4. Т. 2. С. 96–106.

Клисторин В.И. О кризисе экономической науки в стране и мире // ЭКО. 2009. № 3. С. 22–40.

Коутс А. Экономист как профессия // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринзуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т. 1, XVI + 668с. С. 142–170.

Куриц Х. Куда идет история экономических учений: медленно движется в никуда? // Вестник Санкт-Петербургского ун-та. Сер. 5. 2008. Вып. 3. С. 3–25.

Лафарг П. Личные воспоминания о Карле Марксе // Личные воспоминания о Марксе и Энгельсе. М.: Госполитиздат. 1956. 423 с.

Леонтьев В. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. М.: Политиздат, 1990. 415 с.

Макаров В.Л. О развитии экономико-математического инструментария на современном этапе // Экономика и математические методы, 1986. Т. XXII. Вып. 3.

Майзон Г. Роль измерений и проверок в экономической науке // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринэуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т. 2, XII + 337 с. С. 703–725.

О'Брайен Д. Теория и эмпирическое наблюдение // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринэуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т. 1, XVI + 668с. С. 59–80.

Оптимизация территориальных систем / Под ред. С.А. Суспицына. ИЭОПП СО РАН. Новосибирск, 2010. 632 с.

Селигмен Б. Основные течения современной экономической мысли. М.: Прогресс, 1968. 600 с.

Системное моделирование и анализ мезо- и микроэкономических объектов / отв. ред. В.В. Кулешов и Н.И. Суслов. Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2014. 488 с.

Федоренко Н.П. Вопросы экономической теории. М.: Наука, 1994. 224 с.

Ханин Г.И. Сочинения. Т 1. М.: Товарищество научных изданий КМК. 2020. 430 с.

Холден К. Макроэкономическое прогнозирование // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринэуэя, М. Блини, И. Стюарта: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2002. Т. 2, XII + 337 с. С. 829–851.

Широнин В.М. Бюрократы, большевики и реформаторы: нетривиальная история экономического знания в России // ЭКО. 2020. № 7. С. 150–177. DOI: 10.30680/ЕСО0131-7652-2020-7-150-177

Шумпетер Й. История экономического анализа. В 3-х томах. Т. 3. СПб.: Экономическая школа, 2004. X + 678 с.

Статья поступила 18.06.2020.

Статья принята к публикации 03.07.2020.

Для цитирования: *Клиторин В.И.* О математике в экономической науке// ЭКО. 2020. № 11. С. 38-61. DOI: 10.30680/ЕСО0131-7652-2020-11-38-61.

Summary

Klistorin, V.I., *Doct.Sci. (Econ.), Institute of Economics and Industrial Engineering, SB RAS, Novosibirsk State University, Novosibirsk*

The Application of Mathematics in Economic Science

Abstract. The paper reviews achievements and problems associated with the application of mathematical models and methods in economic research. Undoubted success in this area was accompanied with major failures, which provoked discussions on fruitfulness and usefulness of using mathematical models in economic science. Such discussions, which have been taking place for almost fifty years, played a special role in the history of economic science and education in our country. The point of discussion is whether the use of models provides new knowledge about the

economy, or whether new knowledge could be obtained in other ways. The second question is whether modelling may be applied within one theoretical concept only, namely a neoclassical one, or whether economists may build models within other concepts. Moreover, the idea of a maximizing behavior is somehow present in all concepts. Over-emphasis on more and more sophisticated tools leads to the fact that meaningful questions become of secondary importance, and repeating calculations based on the model is getting too difficult. The same can be said about econometric models. The paper also considers other problems in application of economic and mathematical models. A rapid development of tools creates problems in economic education too since Economics remains a humanitarian science.

Keywords: *Economics; mathematical models and methods; methodology; alternative theories; positivism; instrumentalism; optimization; econometrics*

References

- Blaug M. (2004). The Methodology of Economics, or How Economists Explain. Moscow, Russ. ed. *Zhurnal Voprosy ekonomiki. Economic Issues.*, 416 p. (In Russ.).
- Bleaney M., Stewart I. (2002). Economics and Related Disciplines. Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. *Companion to Contemporary Economic Thought*, ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 2, St-Petersburg, Economic School Publ891–906 p. (In Russ.).
- Bogachev, V.N. (1987). Mathematical Economics and Restructuring Economic Thinking. *Economics and Mathematical Methods*, Vol. XXIII, Edition 3, 513–525 p.
- Coase, R. Prize Lecture. Available at: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1991/coase/lecture/> (accessed 06.06.2020).
- Coats, A. (2002). Economist as a profession. *Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. Companion to Contemporary Economic Thought*. ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 1, St-Petersburg, Economic School Publ. Pp. 142–170. (In Russ.).
- Efimov, V.M. (2016). *Economic Science in Question: Other Methodology, History, and Research Practices*. Moscow, INFRA-M Publ. 352 p. (In Russ.).
- Fedorenko, N.P. (1994). *Issues of Economic Theory*. Moscow, Nauka Publ., 224p. (In Russ.).
- Granger C. (2002). Econometric Analysis of Time Series. *Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. Companion to Contemporary Economic Thought*. ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 2, St-Petersburg, Economic School Publ., 684–702 p. (In Russ.).
- Holden, K. (2002). [Macroeconomic Forecasting. *Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. Companion to Contemporary Economic Thought*. ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 2, St-Petersburg, Economic School Publ. Pp. 829–851. (In Russ.).
- Kantorovich, L.V. (2002). Mathematics in Economics: Achievements, Difficulties, and Prospects. Vol. 1, Novosibirsk, SO RAN Publ., 542 p. (In Russ.). Available at: <http://vivovoco.astronet.ru/VV/PAPERS/BIO/LVK/LVK06.HTM> (accessed 06.06.2020).
- Kantorovich, L.V., Gorstko, A.B. (1972). *Optimal Solutions in the Economy*. Moscow, Nauka Publ., 231 p. (In Russ.).

Khanin, G.I. (2020). *Essays*. Vol. 1. Moscow, Association of Scientific Publications KMK Publ., 430 p. (In Russ.).

Klistorin, V.I. (2016). *The Past and Thoughts. Part 1. How Russia Is Looking for Answers to Challenges in Troubled Times*. *ECO*. No. 2. Pp. 93–104. (In Russ.).

Klistorin, V.I. (2009). About the Crisis of Economic Science in Russia and the World. *ECO*. No.3, 22–40 p. (In Russ.).

Klistorin, V.I. (2015). Quantitative Assessments in Socio-Economic Research. *Ideas and ideals.*, Vol. 4, No. 2. Pp. 96–106. (In Russ.).

Kurz, H.D. (2008). Whither the History of Economic Thought? Going Nowhere Rather Slooowy? *Bulletin of the St. Petersburg University*, Ser. 5. Edition 3. Pp. 3–25. (In Russ.)

Lafargue, P. (1956). Personal memories of Marx. *Personal memories of Marx and Engels*, Moscow, Gospolitizdat Publ., 423 p. (In Russ.).

Leontyev, V. (1990). *Economic Essays. Theories, Research, Facts, and Politics*. Moscow, Politizdat Publ., 415 p. (In Russ.)

Makarov, V.L. (1986). On the Development of Economic and Mathematical tools at the Present. *Ekonomika i matematicheskie metody*. Economics and Mathematical Methods. Vol. XXII, Edition 3

Mizon, G. (2002). The role of Measurement and Verification in Economics. *Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. Companion to Contemporary Economic Thought*. ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 2, St-Petersburg, Economic School Publ. Pp. 703–725. (In Russ.).

O'Braien, D. (2002). Theory and Empirical Observation. *Panorama ekonomicheskoi mysli kontsa XX stoletiya. Companion to Contemporary Economic Thought*. ed. by D. Greenaway, Bleaney M., Stewart I., Vol. 1, St-Petersburg, Economic School Publ. Pp. 59–80p. (In Russ.).

Optimization of territorial systems. (2010). ed. by S. Suspitsyn, IEIE SB RAS, Novosibirsk, 632 p. (In Russ.).

Schumpeter, J. (2004). *The History of Economic Analysis*. Vol. 3, St. Petersburg, Economic School Publ. 686 p. (In Russ.).

Seligman, B. (1968). *Main Currents in Modern Economics*. New York, Free Press of Glencoe. (Russ. 1963.ed.: Seligmen B. Moscow, Progress Publ., 600 p.). (In Russ.).

Shironin, V.M. (2020). Bureaucrats, Bolsheviks, and Reformers: a Nontrivial History of Economic Knowledge in Russia. *ECO*. No. 7. Pp. 150–177. (In Russ.). DOI: 10.30680/ECO0131-7652-2020-7-150-177

System Modeling and Analysis of Meso- and Microeconomic Objects. (2014). ed. V. V. Kuleshov and N.I. Suslov, IEIE SB RAS, Novosibirsk, 488 p. (In Russ.).

For citation: Klistorin, V.I. (2020). The Application of Mathematics in Economic Science. *ECO*. No. 11. Pp. 38-61. (In Russ.). DOI: 10.30680/ECO0131-7652-2020-11-38-61.